$f(x) = 2x - 1 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

D'où : $y = \pi - 1 + 4k\pi$

$C \cap D_1 = \{ A_k (\frac{\pi}{2} + 2k\pi , \pi - 1 + 4k\pi), k \in \mathbb{Z} \}$

• Soit $M(x, y) \in C \cap D_2$. On a : $\begin{cases} y = f(x) \\ y = 2x + 1 \end{cases}$

$f(x) = 2x + 1 \Leftrightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$

$C \cap D_2 = \{ B_k (\frac{3\pi}{2} + 2k\pi , 3\pi + 1 + 4k\pi), k \in \mathbb{Z} \}$

• Equation de la tangente à C au point A_k.

$y = f'(\frac{\pi}{2} + 2k\pi)(x - \frac{\pi}{2} - 2k\pi) + f(\frac{\pi}{2} + 2k\pi)$

or $f'(\frac{\pi}{2} + 2k\pi) = 2 - \cos(\frac{\pi}{2} - 2k\pi) = 2$

d'où : $y = 2(x - \frac{\pi}{2} - 2k\pi) + \pi - 1 + 4k\pi \Rightarrow y = 2x - 1$

d'où : $D_1 : y = 2x - 1$ est l'équation de la tangente à (C) au point A_k.

• Equation de la tangente à (C) au point B_k :

$y = f'(\frac{3\pi}{2} + 2k\pi)(x - \frac{3\pi}{2} - 2k\pi) + f(\frac{3\pi}{2} + 2k\pi)$

or $f'(\frac{3\pi}{2} + 2k\pi) = 2 - \cos(\frac{3\pi}{2} + 2k\pi) = 2$

$y = 2(x - \frac{3\pi}{2} - 2k\pi) + 3\pi - 1 + 4k\pi \Rightarrow y = 2x - 1$

d'où $D_2 : y = 2x + 1$ est l'équation de la tangente à (C) au point B_k

3°/a)On a : $\forall x \in \mathbb{R}, -x \in \mathbb{R} : f(-x) = -2x \sin x = -(2x - \sin x)$

$= -f(x)$

D'où f est une fonction impaire .

b) Le point O est un centre de symétrie de (C) .

4°/

a) $f(x + 2\pi) = 2x + 4\pi - \sin(x + 2\pi) = 2x - \sin x + 4\pi$

$= f(x) + 4$